完全圏の表現論的な実現について

榎本 悠久 (名古屋大学大学院多元数理科学研究科)*

以下 k を体とし, 簡単のため圏は全て骨格的に小さい Hom-有限で Krull-Schmidt な k-圏, 多元環は全て k 上有限次元とする. 多元環 Λ について, 有限生成右 Λ 加群の圏を $\mathsf{mod}\,\Lambda$ と書く.

本講演では, 与えられた完全圏 $\mathcal{E}$ の圏論的な性質と, 多元環上の加群圏 $\mathsf{mod}\,\Lambda$ の中での $\mathcal{E}$ の具体的な実現との関係を [1] にそって紹介する. 多元環の表現論における完全圏の重要な例として, 多元環 Λ 上の余傾加群 $U \in \mathsf{mod}\,\Lambda$ に対して, その左直交圏 ${}^{\perp}U := \{M \in \mathsf{mod}\,\Lambda \mid \mathrm{Ext}_{\Lambda}^{>0}(M,U) = 0\}$ があげられる. これは岩永-Gorenstein 環上の Cohen-Macaulay 加群のなすフロベニウス圏などを含む基本的なクラスである. 今回は $\mathcal{E}$ がいつ多元環上の余傾加群の左直交圏 ${}^{\perp}U$ と完全圏として同値になるかを簡明に特徴付ける以下の結果を紹介する. これはフロベニウス圏の場合における [3] の結果の一般化である. ここで Jasso [2] により導入された n-核の概念を $n = 0, -1$ に拡張したものを用いている.

定理 1. *完全圏 $\mathcal{E}$ と整数 $n \geq 0$ について以下は同値である.*

(1) *ある多元環上の n-余傾加群 U が存在し, $\mathcal{E}$ と ${}^{\perp}U$ は完全圏として同値である.*
(2) *$\mathcal{E}$ は射影生成子と入射余生成子と $(n-1)$-核を持つ.*

また単に射影生成子と入射余生成子のみの存在を仮定した場合には, そのような完全圏は余傾加群の一般化である**若松-傾加群** *(= semi-dualizing* **加群***)* と密接な関連があることも見る.

最後に応用として, 多元環 Λ 上の任意の加群 $M \in \mathsf{mod}\,\Lambda$ について, $\mathsf{mod}\,\Lambda$ のイデアル商 $(\mathsf{mod}\,\Lambda)/[\mathsf{Sub}\,M]$ が, 適当な条件のもとで別の多元環上の torsionfree class として実現されることを紹介する.

参考文献

[1] H. Enomoto, *Classifying exact categories via Wakamatsu tilting*, arXiv:1610.07589.

[2] G. Jasso, *n-Abelian and n-exact categories*, Math. Z. 283 (2016), 703-759.

[3] M. Kalck, O. Iyama, M. Wemyss, D. Yang, *Frobenius categories, Gorenstein algebras and rational surface singularities*, Compos. Math. 151 (2015), no. 3, 502-534.

* m16009t@math.nagoya-u.ac.jp